

Ondas e Solitões a uma Dimensão

Bernardo Neves, Constança Gaspar, Constança
Nunes, Maria Teresa Martins e Noemi Carvalho
Monitores: Diogo Pinheiro e Henrique Veiga

Índice:

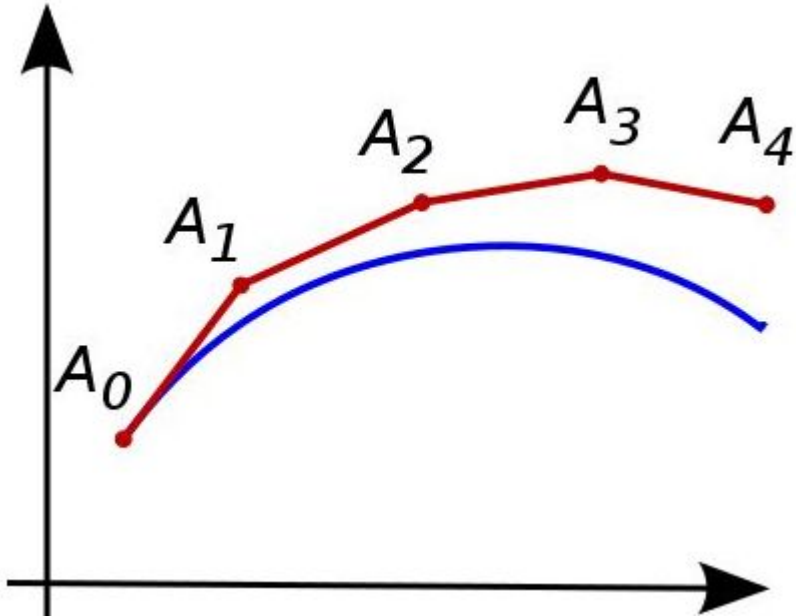
- Introdução
- Programação
- Evolução temporal de um sistema com uma massa
- Evolução temporal de um sistema com duas massas
- Evolução temporal de um sistema com um anel de molas

Introdução

- Qual era o nosso objetivo?
- O que é um solitão?
 - ◆ onda não linear
 - ◆ mantém a sua forma e velocidade
 - ◆ preserva as suas características após uma colisão

Programação

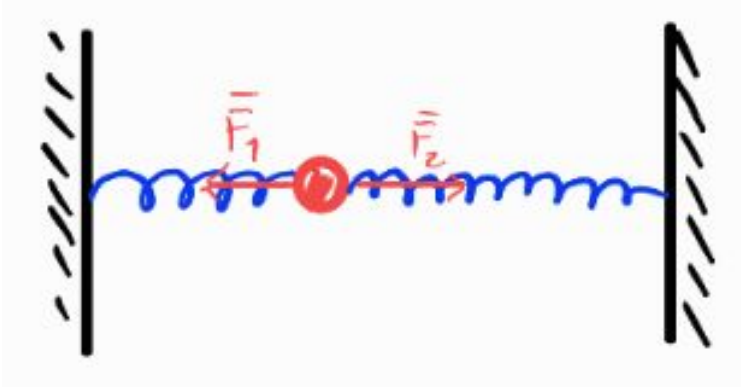
→ método de Euler



```
def metodo_euler(r, t, h):  
    return r + h*derivada(r, t)
```

Evolução temporal de um sistema com uma massa

→ lei de Hooke

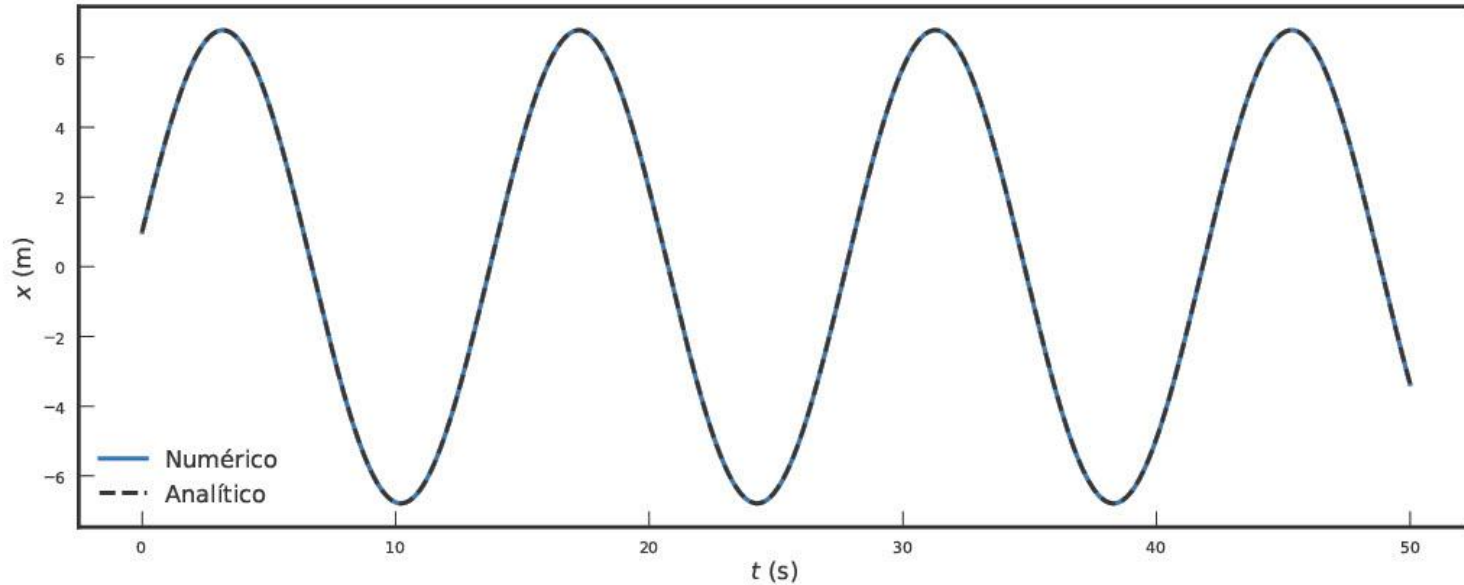


$$F = -kx$$

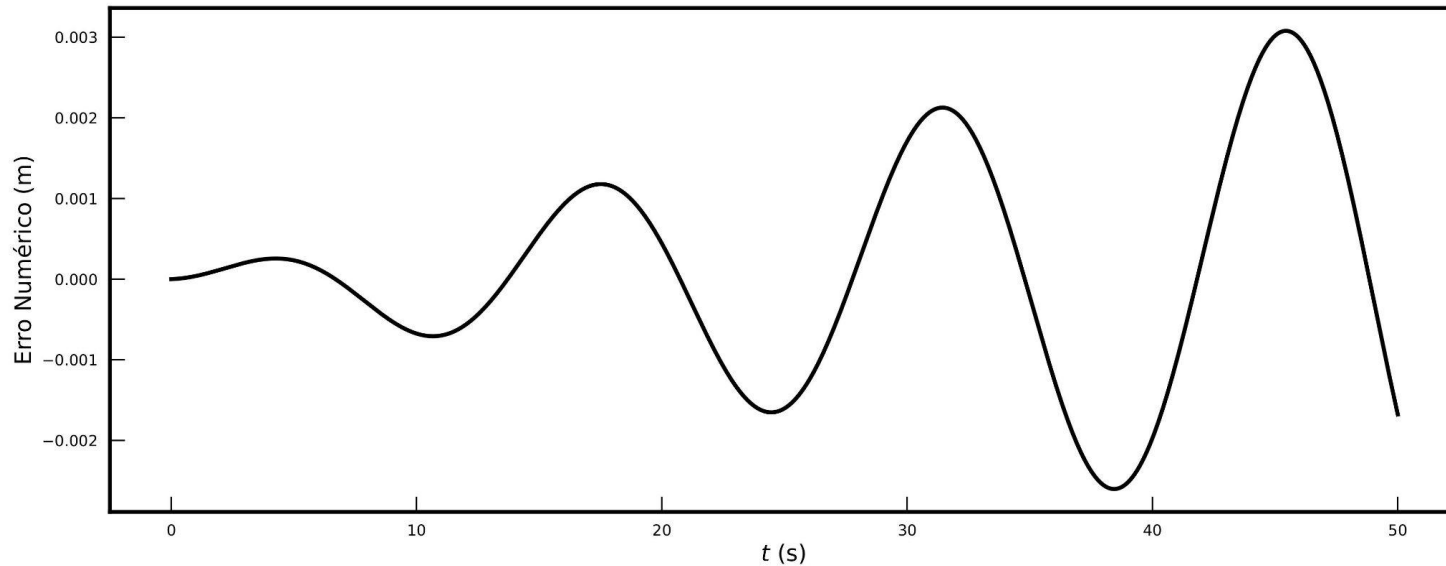
$$x'' = -\frac{k}{m}x$$

$$x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + B \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

Evolução temporal de um sistema com uma massa



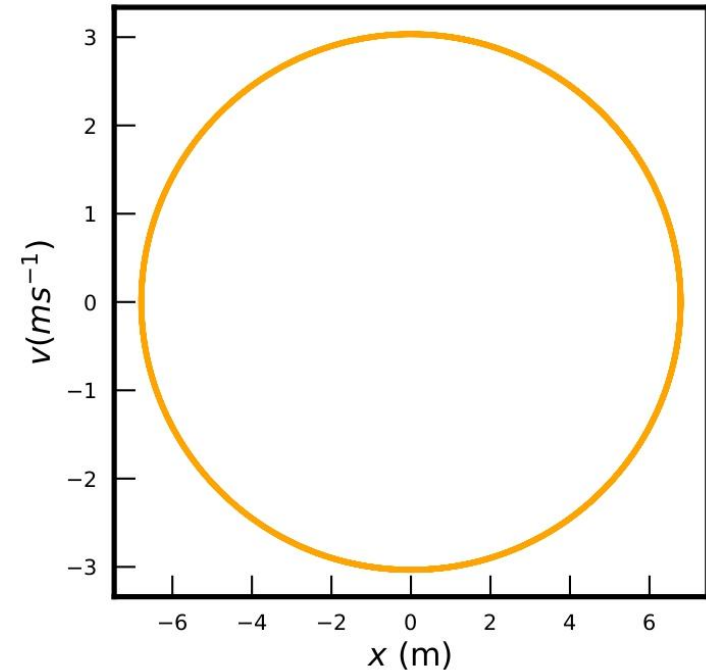
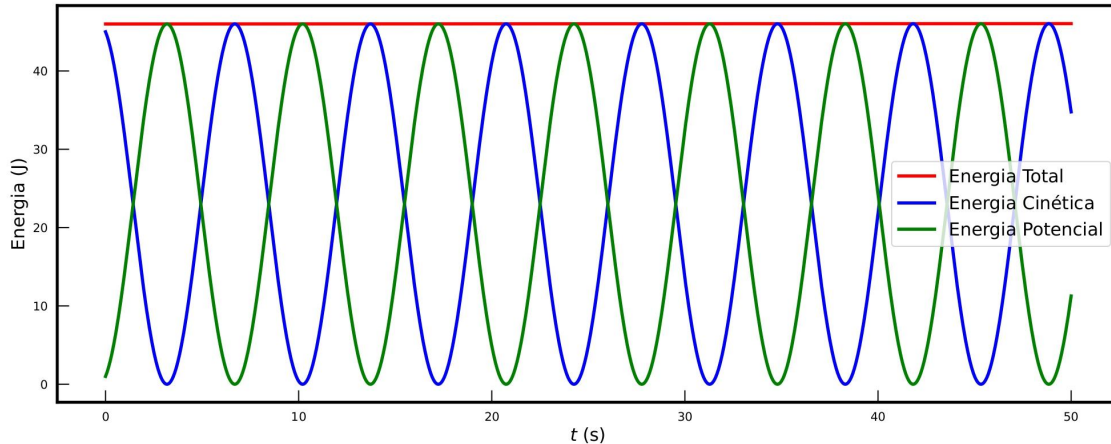
Erro numérico da evolução temporal de um sistema com uma massa



Evolução temporal de um sistema com uma massa

→ Conservação da Energia e espaço de fase

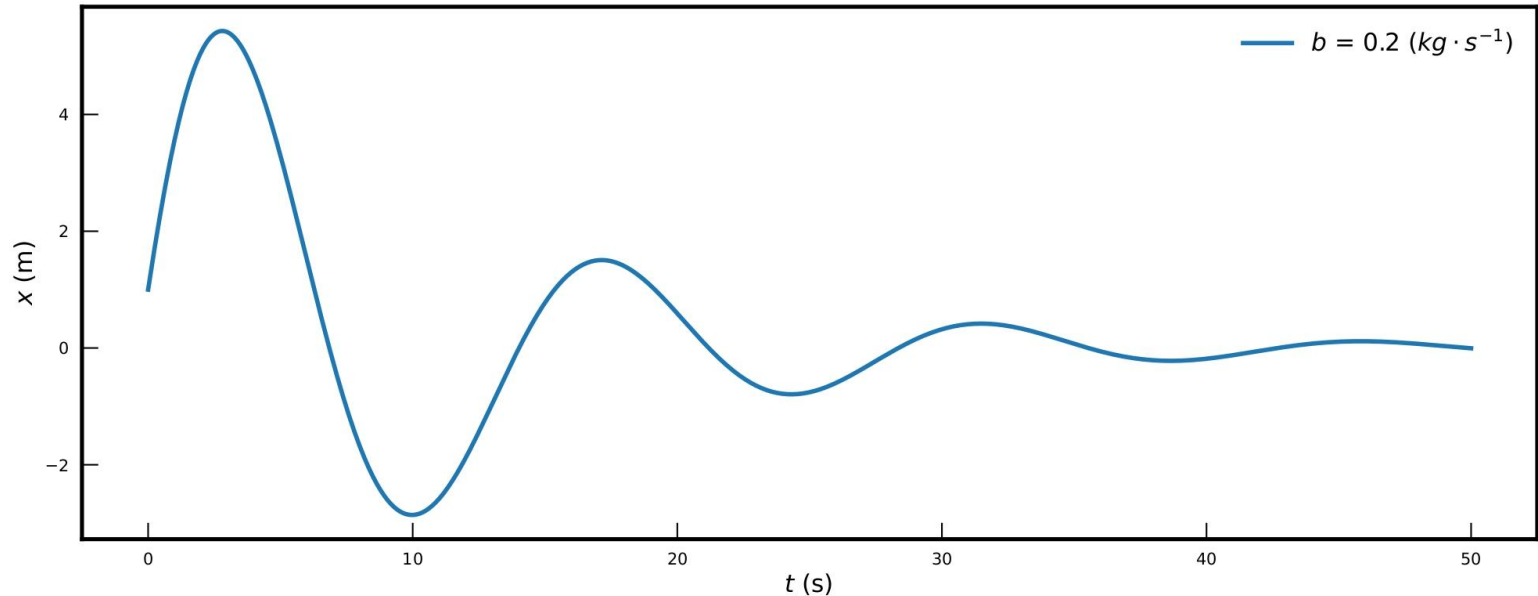
$$E_{total} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$



Evolução temporal de um sistema com uma massa

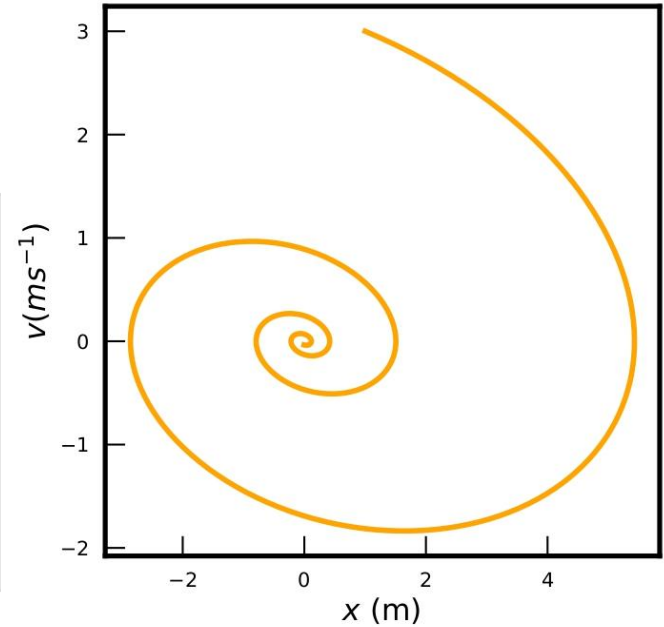
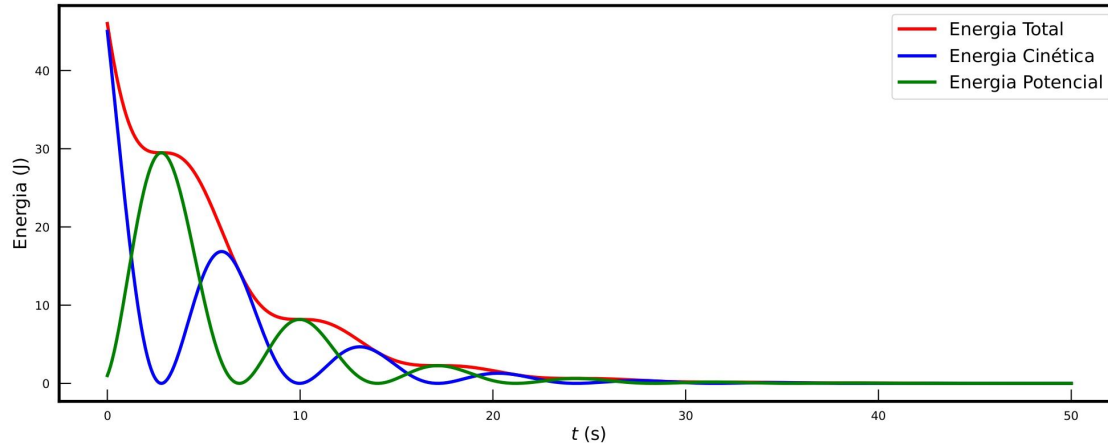
→ Introdução do Atrito

$$x'' = -\frac{k}{m}x - 2b\sqrt{\frac{k}{m}}x'$$



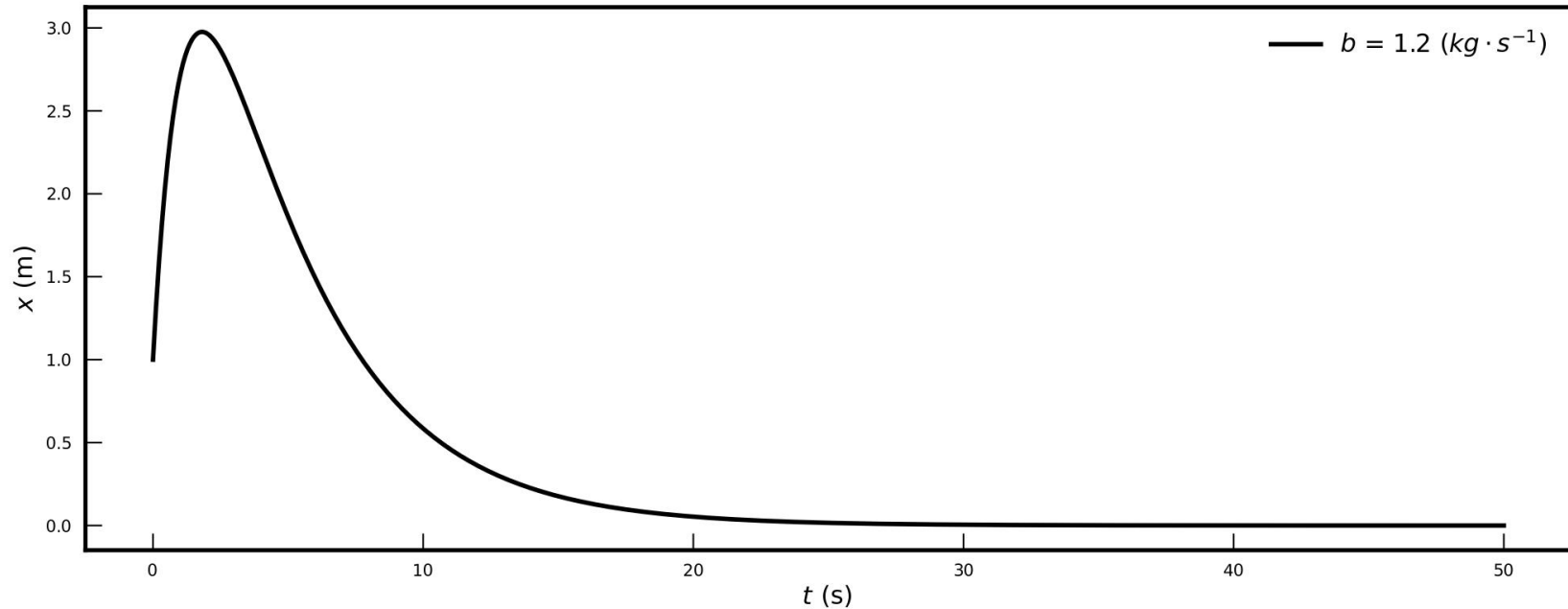
Evolução temporal de um sistema com uma massa e atrito

→ Não há conservação da energia



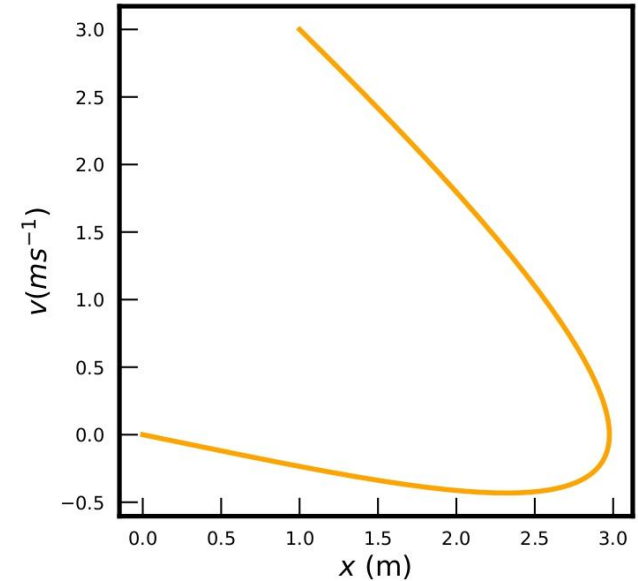
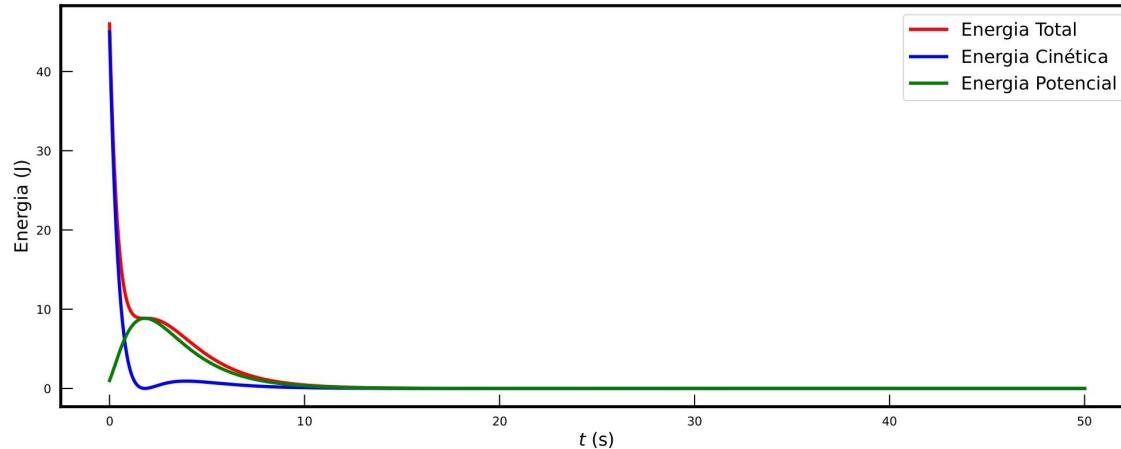
Evolução temporal de um sistema com uma massa e atrito

→ b maior que 1, não possui oscilações

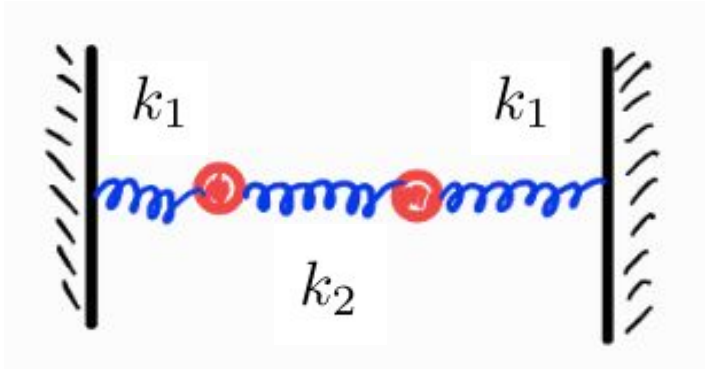


Evolução temporal de um sistema com uma massa e atrito

Não conservação da energia e nenhuma oscilação



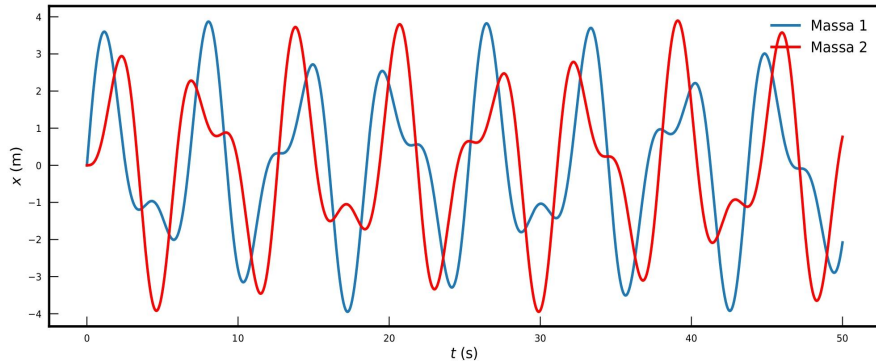
Evolução temporal de um sistema com duas massas



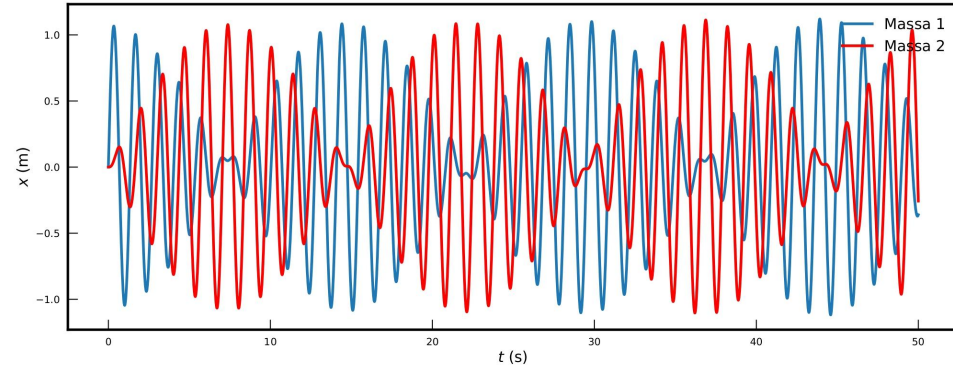
$$x_1'' = -\frac{k_1}{m}x_1 - \frac{k_2}{m}x_1 + \frac{k_2}{m}x_2$$

$$x_2'' = -\frac{k_1}{m}x_2 - \frac{k_2}{m}x_2 + \frac{k_2}{m}x_1$$

Evolução temporal de um sistema com duas massas



tendo um 'k' igual



tendo um 'k' diferente

Evolução temporal de um sistema com um anel de molas

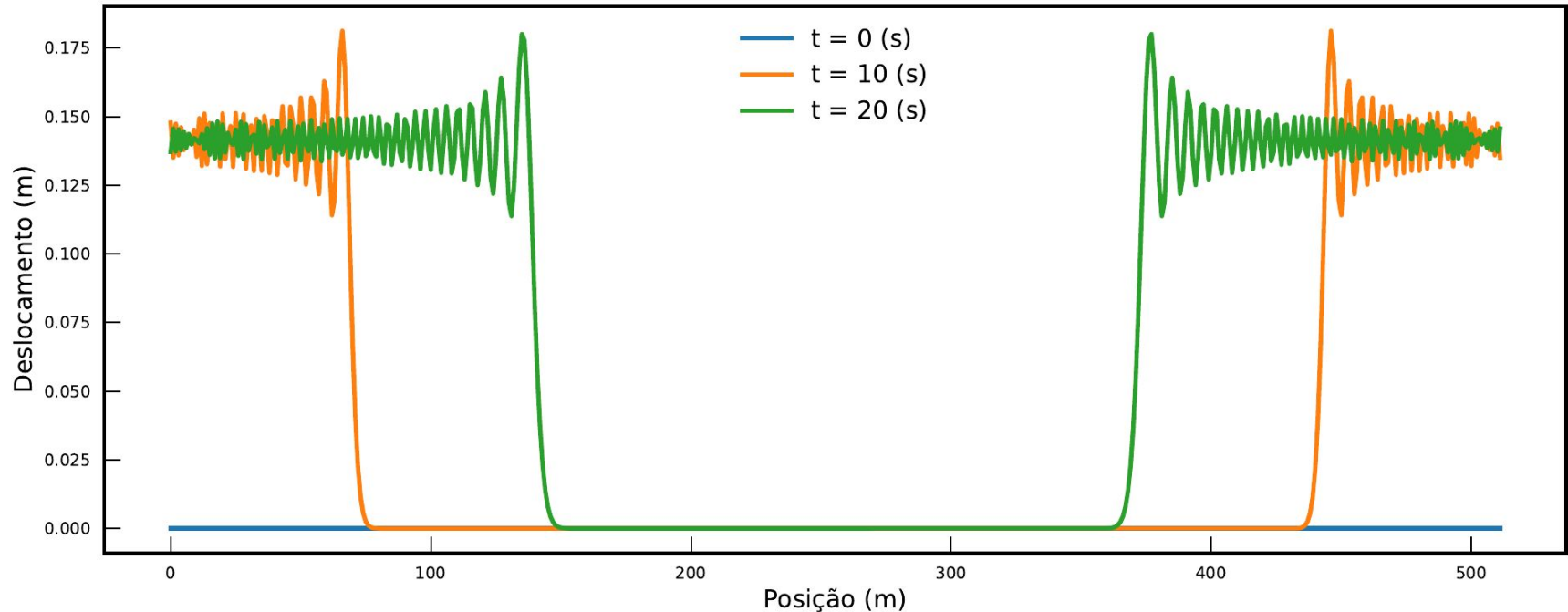
- sistema mais instável usando o método de euler
- condições de fronteiras periódicas
- relação de dispersão



$$x_i'' = -2\frac{k}{m}x_i + \frac{k}{m}x_{i-1} + \frac{k}{m}x_{i+1}$$

Evolução temporal de um sistema com um anel de molas

Velocidade inicial na primeira massa



Evolução temporal de um sistema com um anel de molas

Uma onda do tipo sinusoidal implica uma relação de dispersão

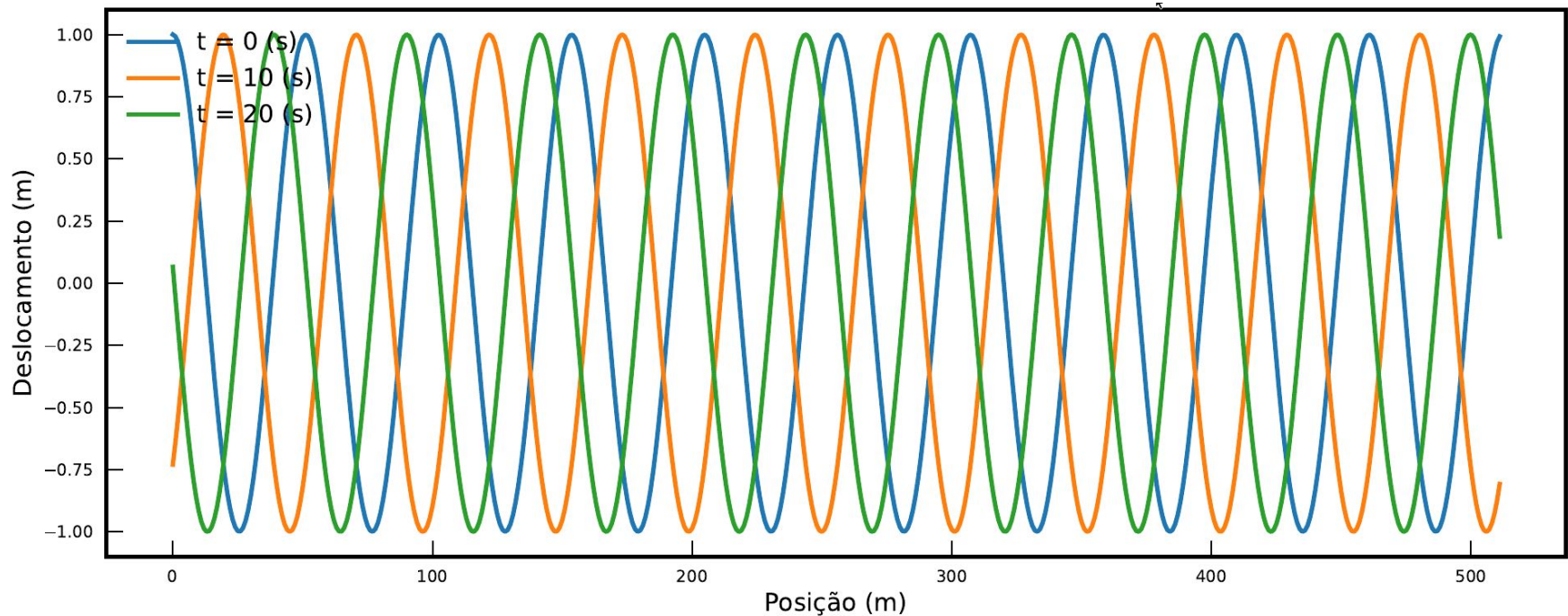
$$x_i(t) = A \cos(Y \cdot i - \omega t) \qquad \omega = 2\sqrt{\frac{k}{m}} \left| \sin\left(\frac{1}{2}Y\right) \right|$$

Mais a condição de fronteiras periódicas (anel)

$$Y = \frac{2\pi}{N}n$$

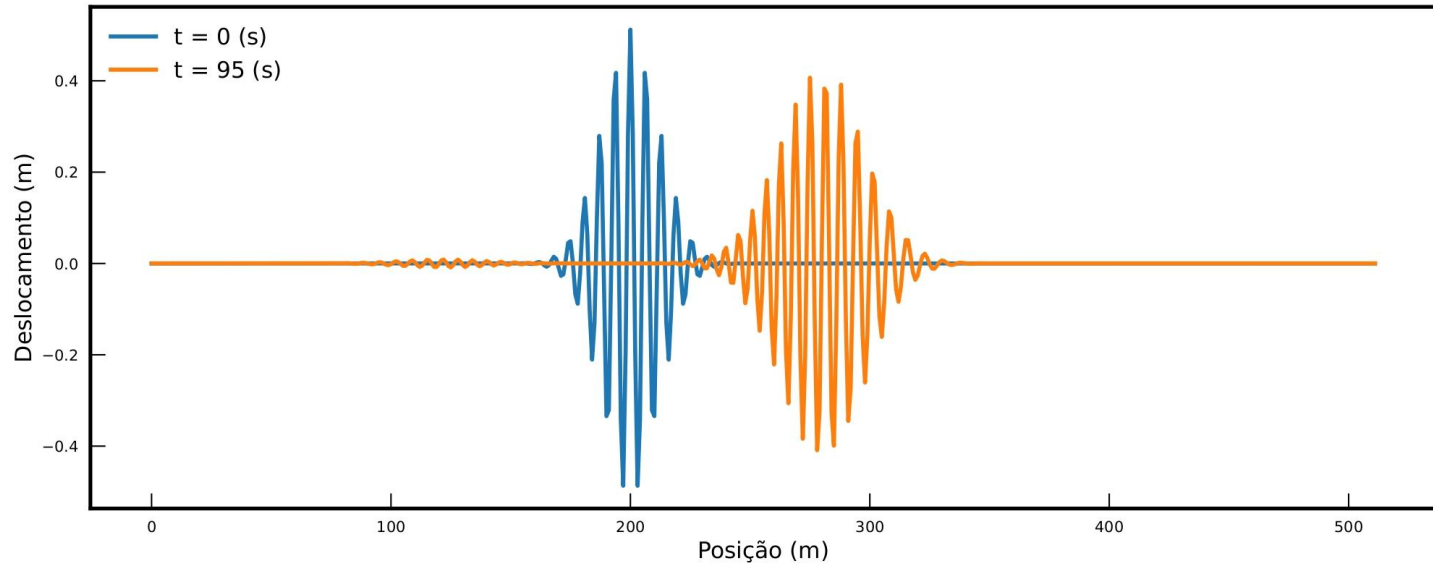
Evolução temporal de um sistema com um anel de molas

Onda sinusoidal



Evolução temporal de um sistema com um anel de molas

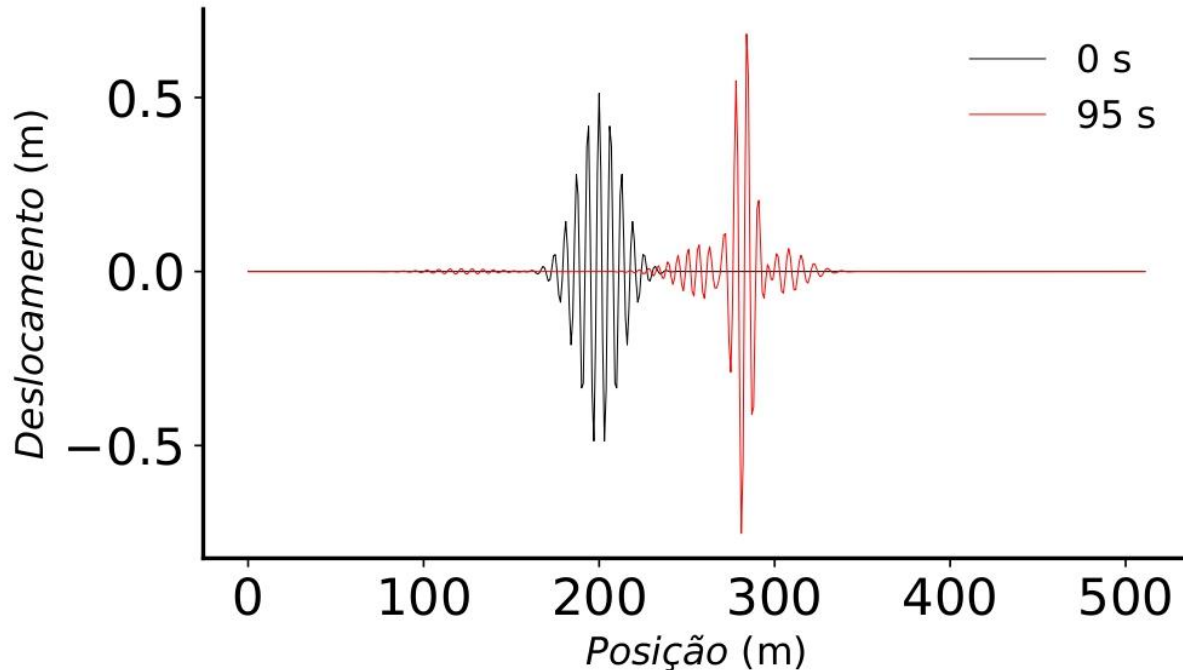
- sobreposição de ondas
- por ser linear existe dispersão



Evolução temporal de um sistema com um anel de molas não lineares

→ introdução de um termo

$$(x_i - x_{i-1})^3 + (x_{i+1} - x_i)^3$$



→ O termo não-linear diminui a dispersão, dando origem a um solitão.